

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Analysis II Probeklausur

Prof. Dr. Hartmut Pecher

Aufgabe 1 (4 Punkte) a) Gesucht ist eine Funktion $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\nabla\phi(x, y) = (2xe^y + 2ye^x, x^2e^y + 2e^x + y).$$

b) Für die Funktion ϕ in a) berechne

$$\Delta\phi := \phi_{xx} + \phi_{yy}.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte) Berechne das Taylorpolynom 3. Grades für die Funktion

$$f(x, y) = \sin(x + y^2)$$

im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Zeige, dass die Funktion

$$f(x, y) = x^2y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) := x^2 + 4y^2 - 1 = 0$$

ein Maximum besitzt und berechne dieses.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Sei B der Einheitskreis um den Nullpunkt in \mathbb{R}^2 . Berechne:

$$\int_B \cos\left[\frac{\pi}{2}(x^2 + y^2)\right] dx dy.$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Dgl.

$$y' = xy + \cos(x) \exp\left(\frac{x^2}{2}\right).$$

Aufgabe 6 (4 Punkte) Zu lösen ist das Anfangswertproblem

$$y' = 3x^2y \quad , \quad y(0) = 1$$

a) durch Separation

b) mit Hilfe des Iterationsverfahrens nach Picard-Lindelöf.

Bemerkung: Dies ist nur ein Beispiel einer möglichen Klausur, die Aufteilung in die Bereiche Differentiation, Integration und Gewöhnliche Dglen. kann auch anders aussehen !