Analysis 1

Übungsblatt 10

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 30. Juni 2014

---

1. [2 Punkte] Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *gerade*, wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:$f(-x) = f(x)$. Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *ungerade*, wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:$f(-x) = -f(x)$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Ist f gerade und differenzierbar, so ist die Ableitung f' ungerade.

(b) Ist f ungerade und differenzierbar, so ist die Ableitung f' gerade.

2. [4 Punkte]

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{falls } x = 0 \\ x\sin(1/x), & \text{falls } x \neq 0 \end{cases}$$

im Punkt 0 stetig, aber nicht differenzierbar ist.

(b) Zeigen Sie, dass für jedes $\alpha > 1$ die Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{falls } x = 0 \\ x^\alpha \sin(1/x), & \text{falls } x \neq 0 \end{cases}$$

im Punkt 0 differenzierbar ist.

3. [2 Punkte] Gegeben sei eine positive reelle Konstante $\alpha > 0$. Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen $f_j\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ für $j = 1, 2, 3, 4$, die wie folgt gegeben sind:

$$f_1(x) = x^{(x^x)}, \quad f_2(x) = x^{(x^\alpha)}, \quad f_3(x) = x^{(\alpha^x)}, \quad f_4(x) = \alpha^{(x^x)}$$

Hinweis: für positive x und y ist $x^y := \exp(y \cdot \log(x))$.

4. [2 Punkte] Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, mit Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f(x) := ((x-a)^2 + b^2)^{3/2}.$$

(a) Berechnen Sie $f'(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$

(b) Berechnen Sie $f''(x) := (f')'(x)$ für diejenigen $x \in \mathbb{R}$, wo $x \mapsto f'(x)$ differenzierbar ist.

*Abgabe: jeweils **Montags bis 12 Uhr** in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter.*

Bitte melden Sie sich auf WUSEL für die Klausur an!