Analysis 1

Übungsblatt 7

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 2. Juni 2014

1. [3 Punkte] Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} 5n^4 \cdot x^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{3}$

(c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{(k^2)}}{3^k}$

2. [3 Punkte] Zeigen Sie:

(a) Es sei J eine Menge, und jedem $j \in J$ sei eine kompakte Menge $K_j \subseteq \mathbb{R}$ zugeordnet. Dann ist die Menge $K := \bigcap_{j \in J} K_j$ ebenfalls kompakt.

(b) Es sei M eine endliche Menge, und jedem $j \in M$ sei eine kompakte Menge $K_j \subseteq \mathbb{R}$ zugeordnet. Dann ist die Menge $K := \bigcup_{j \in M} K_j$ ebenfalls kompakt.

(c) Es gibt eine (unendliche) Menge J von kompakten Mengen $\{K_j,\, j \in J\}$ in den reellen Zahlen, so dass $K := \bigcup_{j \in J} K_j$ nicht mehr kompakt ist.

3. [4 Punkte]

(a) Untersuchen Sie, ob die Menge $G := \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ offen beziehungsweise abgeschlossen ist.

(b) Untersuchen Sie, ob die Menge $H := \{0\} \cup G$ offen beziehungsweise abgeschlossen ist.

*Abgabe: jeweils **Montags bis 12 Uhr** in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter.*