

Analysis 1

Übungsblatt 4

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 12. Mai 2014

1. [4 Punkte] Untersuchen Sie diese Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert:

(a) $a_n := \frac{(n+1)(n^2-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}$

(b) $b_n := \frac{4^n+1}{5^n}$

(c) $c_n := \frac{1}{n^2} + (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$

(d) $d_n := \frac{1+2+\dots+n}{n^2}$

2. [1 Punkt] Zeigen Sie, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - 1/n^2\right)^n = 1$$

3. [2 Punkte] Konstruieren Sie für die folgenden vier Fälle jeweils zwei reelle Zahlenfolgen $(a_n)_n$ und $(b_n)_n$ mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ derart, dass gilt:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = +\infty$.

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = -\infty$.

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = c$ für eine vorgegebene reelle Zahl c .

(d) Die Folge $(a_n b_n)_n$ ist beschränkt, aber nicht konvergent.

4. [3 Punkte] Sei $(f_n)_n$ eine konvergente reelle Folge mit Grenzwert f und $f_n \neq 0$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{n} \left(\frac{1}{f_1} + \dots + \frac{1}{f_n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1 + \dots + f_n}{n} = f$$

Abgabe: jeweils **Montags bis 12 Uhr** in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter.