Analysis 1

Übungsblatt 3

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 5. Mai 2014

1. [6 Punkte] Leiten Sie folgende Aussagen aus den Axiomen der reellen Zahlen ab:

(a) $\forall x \in \mathbb{R} : x \cdot 0 = 0$

(b) $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$

(c) $\forall x \in \mathbb{R} : -x = (-1) \cdot x$

(d) $\forall x, y \in \mathbb{R} : (-x) \cdot (-y) = x \cdot y$

(e) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : (x^{-1})^{-1} = x$

(f) $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge y \neq 0 \Rightarrow (x \cdot y)^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1}$

Benutzen Sie folgende Abkürzungen für die Körperaxiome: A.1 Assoziativität der Addition, A.2 Kommutativität der Addition, A.3 Existenz einer Null, A.4 Existenz des Negativen, M.1 Assoziativität der Multiplikation, M.2 Kommutativität der Multiplikation, M.3 Existenz einer Eins, M.4 Existenz des Inversen, D Distributivgesetz

2. [1 Punkte] Zeigen Sie, dass für reelle Zahlen x und y gilt:

$$\max(x, y) = \frac{1}{2}\left(x + y + |x - y|\right)$$

3. [3 Punkte] Beweisen Sie folgende Eigenschaften reeller Zahlen mit Hilfe der Anordnungsaxiome:

(a) $x < y$ und $a < b \Longrightarrow x + a < y + b$

(b) $x < y$ und $a > 0 \Longrightarrow ax < ay$

(c) $0 \leq x < y$ und $0 \leq a < b \Longrightarrow ax < by$

(d) $x < y$ und $a < 0 \Longrightarrow ax > ay$

(e) $x \neq 0 \Longrightarrow x^2 > 0$

(f) $x > 0 \Longleftrightarrow x^{-1} > 0$

*Abgabe: jeweils **Montags bis 12 Uhr** in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter.*