Analysis 1

Übungsblatt 2

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 28. April 2014

---

1. [3 Punkte] Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass

(a)
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} \text{ für } n \geq 1$$

(b)
$$\sum_{k=m}^{n} \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1} \text{ für } n \geq m$$

2. [2 Punkte] Beschreiben Sie die folgenden Mengen reeller Zahlen in möglichst einfacher Form:

(a) $\{x \in \mathbb{R} \,:\, |x-1| + |x-2| > 1\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \,:\, \left|\frac{x-1}{x+1}\right| = 2\}$

Beweisen Sie Ihre Behauptungen!

3. [3 Punkte] Für zwei Mengen A und B definieren wir die symmetrische Differenz $A \triangle B$ durch:

$$A \triangle B := \{x : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die symmetrische Differenz kommutativ ist.

(b) Zeigen Sie, dass die symmetrische Differenz assoziativ ist.

(c) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$(A \triangle B) \cap (B \triangle C) \cap (C \triangle A)$$

und beweisen Sie Ihre Behauptung.

4. [2 Punkte] Beweisen Sie für Mengen A und B die folgenden Aussagen:

(a)
$$(A \setminus B) \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$$

(b)
$$A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A).$$

Abgabe: jeweils ***Montags bis 12 Uhr*** *in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter*